

ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: UMA INVESTIGAÇÃO DOCENTE NO ENSINO FUNDAMENTAL

Raimundo Luna Neres¹

RESUMO

Apresenta-se neste artigo parte de uma pesquisa realizada com alunos do sexto ano do ensino fundamental de três escolas públicas municipais, da região Itaqui Bacanga, do Município de São Luís - Maranhão. O objetivo foi investigar se o ensino das Matemáticas com aporte na Teoria dos Registros de Representação Semiótica contribui para a melhoria do desempenho escolar em Matemática. Trata-se de uma pesquisa qualitativa. O corpus foi obtido através de atividades envolvendo operações com números naturais e racionais, em que o aluno deveria estabelecer conversões de registros: da linguagem natural para a linguagem numérica e para a figural e tratamento desses registros. Os resultados revelaram que, em atividades com tratamento de registros numéricos, os alunos tiveram melhor desempenho do que usando a conversão de registros. Isso nos levou a supor que essa falta de entendimento não está somente no raciocínio matemático, mas, na maioria das vezes, no domínio da leitura e na interpretação de textos. Levando em conta outras metodologias de ensino, acreditamos que a teoria das representações semióticas contribuiu para o desenvolvimento de habilidades matemáticas, facilitando dessa forma, a aprendizagem.

Palavras-chave: Atividades Envolvendo Números Naturais e Racionais. Conversão e Tratamento de Registros de Representação Semiótica. Desempenho Escolar.

ABSTRACT

This article introduces part of a research done with sixth grade's students of elementary school in three municipal public schools from the region of Itaqui Bacanga, a county of São Luís – Maranhão. The goal was to investigate whether the teaching of mathematics with contribution in the Records of Semiotic Representation Theory contributes to the improvement of the school's performance in mathematic. It is a qualitative research; the corpus was obtained through activities involving operations with natural and rational numbers, in which the student should establish conversion of the records. This led us to suppose that this lack of understanding is not just in mathematical reasoning, but often in the field of reading and interpreting texts. Taking into account other teaching methodologies, we believe that the semiotic representation theory contributed to the development of mathematical skills, thus facilitating the learning.

Keywords: Activities involving natural and rational numbers. Conversion and Treatment of Semiotic Representation Records. School Performance.

¹ Dr. Em Educação, Prof. Permanente do Programa de Pós - Graduação em Gestão de Ensino da Educação Básica – Mestrado Profissional - Universidade Federal do Maranhão – UFMA – São Luís – MA. Prof. da Pós – Graduação da Universidade CEUMA – UNICEUMA – São Luís – MA. raimundolunaneres@gmail.com ou luna.neres@ceuma.br

INTRODUÇÃO

Apresenta-se neste artigo parte de uma pesquisa realizada em três escolas públicas municipais, da região Itaqui Bacanga, do Município de São Luís – Maranhão, desenvolvida no segundo semestre do ano de 2015. O objetivo foi investigar se o ensino de Matemática, no sexto ano do ensino fundamental, mediado através das Representações de Registros Semióticos com aporte em (DUVAL, 2007) contribui para a melhoria do desempenho escolar. De acordo com este autor, para a aprendizagem de conhecimentos matemáticos é necessária uma abordagem cognitiva, haja vista que, no ensino da Matemática, buscamos desenvolver nos alunos habilidades e competências que possam vir a contribuir para o desenvolvimento de suas capacidades de raciocínio e de análise.

Para a construção do conhecimento matemático através dessa metodologia de ensino e aprendizagem trabalhou-se com atividades envolvendo operações com números naturais e racionais, em que o aluno deveria estabelecer conversões de registros: da linguagem natural para a linguagem numérica e para a figural e tratamento desses registros.

Duval (2007) define a conversão entre registros semióticos,

Como sendo a transformação de uma representação em outra representação, isto é, a mudança de um registro para outro registro. Por exemplo, a passagem de um registro algébrico para um registro figural, podendo conservar a totalidade ou apenas uma parte do registro dado como ponto de partida. (p. 41-42).

Quando as operações com Registros de Representação Semiótica são realizadas dentro do próprio registro em que foi criado, Duval define esta operação como Tratamento de Registros.

A Proposta Curricular do Estado do Maranhão (2000) considera que os conteúdos matemáticos sejam trabalhados a partir de situações-problema, pois essa metodologia de ensino permite a discussão de ideias a respeito do tema estudado, e os professores não perdem de vista os objetivos que pretendem atingir. Essa mesma recomendação também é indicada pelos PCN (BRASIL, 1998). Geralmente, nas escolas, ensina-se para resolver atividades de Matemática. Entretanto, essa metodologia não tem desempenhado seu verdadeiro papel, pois, muitas vezes, ela é usada apenas como um recurso do professor para avaliar a aprendizagem de seus alunos. Nesse caso, leva-nos a crer que o aluno aprende por repetição e imitando, tão somente, os procedimentos usados pelo professor.

Por outro lado, os últimos resultados publicados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – Inep (2013, 2015) no que concerne ao aproveitamento escolar dos alunos da Educação Básica, especificamente dos alunos do Ensino Fundamental, na disciplina Matemática, nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º), as metas a serem atingidas em (2015) eram de 4,7. Apesar do índice de aproveitamento ter evoluído, passando de 4,2, em 2013; para 4,5, em 2015, observa-se que estas metas não foram cumpridas. (DAEP/INEP, 2015).

Na contramão deste contexto, verificamos que o ensino de Matemática, baseado em Registros de Representações Semiótica, contribuiu para a melhoria do desempenho escolar e conseqüentemente da aprendizagem Matemática.

REVISITANDO REFERENCIAIS TEÓRICOS

Vários pesquisadores (as) já investigaram e investigam como se processa o ensino e aprendizagem da Matemática com aporte na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Dentre eles/elas, Damn (2007) fez um estudo sobre representação, compreensão e resolução de problemas aditivos, em que destaca a necessidade da utilização da conversão na resolução destes problemas; para ela, “ao se selecionar os dados pertinentes de um problema e organizá-lo de forma a obter a operação de adição ou de subtração a ser efetuada, é preciso dispor de uma representação semiótica” (DAMM, 2007, p.36).

Passoni; Campos, (2007) discorreram sobre uma pesquisa experimental realizada com alunos do ensino fundamental de uma escola pública de São Paulo, tiveram como fonte de investigação pesquisas sobre problemas aditivos. Ao analisarem os resultados obtidos, constataram que o diferencial do sucesso dos alunos foi na resolução de problemas aditivos num campo mais amplo dos números inteiros.

Com a utilização de uma variedade de registros de representação, o aluno poderá conseguir visualizar mais facilmente os objetos matemáticos, visto que nem sempre esses objetos são passíveis de percepção. Sem essa compreensão dos objetos de estudo, as dificuldades de aprendizagem se tornarão maiores. Por outro lado, na maioria das vezes, a visualização dos objetos de estudo pode estar relacionada ao fato de que o aluno não consegue explicitar o objeto através de representações semióticas. Essas dificuldades, em

geral, prejudicam a compreensão da Matemática, haja vista que, quando isso ocorre, pode haver uma perda da compreensão já adquirida.

Segundo (PEIRCE, 2005) um objeto é a representação real de um signo, podendo ser perceptível ou abstrato, uma entidade puramente mental ou imaginária. Para (GODINO, 2007) é tudo aquilo que pode ser indicado, que pode ser sinalizado ou ao que se pode fazer referência.

Dessa forma, o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas. Destarte, a sua compreensão pode está condicionada à capacidade de permutação de registros. Pois, em geral, o aluno confunde os objetos matemáticos com suas representações semióticas. (DUVAL, 1995, p.75-79) afirma que “a impossibilidade do acesso direto aos objetos matemáticos se dá em função de esses objetos serem exteriores às representações”, tornando-se assim uma confusão quase inevitável.

Por outro lado, normalmente, os alunos adquirem, inicialmente, domínios das funções de tratamentos de registros numéricos ligados às representações semióticas e, a priori, se eles não possuem uma apreensão conceitual dos objetos representados, este paradoxo é ainda maior. Principalmente, quando as atividades matemática estão relacionadas a uma atividade conceitual. De acordo com Damm (2007),

Os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações, portanto, para seu ensino, precisam-se levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático. Os primeiros passos a serem dado é a compreensão do que seriam essas representações essenciais ao funcionamento e ao desenvolvimento dos conhecimentos (p. 35-48).

Na construção do conhecimento matemático pelo aluno faz-se necessário ao professor aplicar metodologias de ensino que possibilitem apropriação dos conteúdos abordados em sala de aula e fora dela, dando significação à sua aprendizagem. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p.48), “o professor precisa acompanhar a maneira como os alunos desenvolvem as atividades que norteiam o processo de ensino e aprendizagem”.

Por outro lado, os Parâmetros Curriculares Nacionais em Matemática (BRASIL, 1998) apontam para a necessidade de mudanças urgentes não só no que deve ser ensinado, mas principalmente, no como ensinar e avaliar e no como organizar as situações de ensino e de aprendizagem.

Do ponto de vista matemático, o que normalmente analisamos é sempre a resolução de um problema dado e, para isso,

Partimos de uma solução para explicitar os diferentes conhecimentos que permitem resolvê-lo. Entretanto do ponto de vista cognitivo, o que analisamos são os processos que permitem reconhecer por si sós os conhecimentos matemáticos a ser empregado para resolver o problema dado, qualquer que seja ele. Não basta às vezes se explicar uma resolução, se você não vê como pensar sobre ela, a questão cognitiva passa pelos gestos intelectuais desenvolvidos, antes e durante a atividade Matemática. Mas, a questão da natureza do trabalho matemático não é apenas uma questão cognitiva, é também uma questão metodológica (DUVAL, 2011, p. 41).

Baseado nesse contexto, em nosso processo investigativo, trabalhamos com os alunos a aplicação da conversão entre registros, além do tratamento desses registros, em atividades matemáticas baseadas nos conteúdos ministrados em sala de aula, buscando contribuir para a melhoria de desempenho escolar em Matemática.

CAMINHO METODOLÓGICO

A pesquisa foi realizada com 90 alunos do sexto ano do ensino fundamental (10-12 anos) de três escolas públicas municipais de São Luís - Maranhão, no segundo semestre de 2015; foram aplicadas atividades de Matemática em que se pedia aos alunos que fizessem a conversão de um registro semiótico para outro registro, e depois dessem o tratamento do registro construído.

Para atender a esse desiderato metodológico trabalhamos com registros de representação expressos em linguagem natural, numérica e figural e na conversão da passagem de um tipo de registro em outro, como por exemplo, a passagem de um registro expresso em linguagem natural para um registro em representação figural ou numérica. O fenômeno da resolução de atividades de Matemática exige a conversão de pelo menos dois registros de representação, ou seja: que o aluno passe do texto à escrita (numérica ou figural) ou vice-versa da operação a ser efetuada, dessa forma, para efetuar a conversão é necessário Segundo (DAMM, 2009) selecionar, no enunciado, os dados pertinentes para a resolução, isto é, os números indicados, os valores que lhes são atribuídos lexicamente e organizar esses dados de maneira que a operação matemática possa ser executada.

Segundo (CRESWELL, 2007), quando trabalhamos com uma integração metodológica que reúne e analisa dados qualitativos e quantitativos em um único estudo, facilita-se ao pesquisador validar e aumentar a confiabilidade dos resultados obtidos.

Foram aplicados questionários aos professores e aos alunos, como subsídios para ajudar na caracterização e descrição dos sujeitos da pesquisa (FIORENTINI; LORENZATO, 2009). A análise documental foi realizada nas atividades matemáticas escritas pelos alunos que ainda não tinham recebido um tratamento analítico (HELDER, 2006).

Para a realização desta pesquisa houve a autorização das diretoras das Unidades de Ensino envolvidas e anuência dos professores e alunos participantes. Os questionários aplicados aos professores tinham como objetivo investigar se eles conheciam essa metodologia de ensino através dos Registros de Representação Semiótica baseado em Duval (2007), e o dirigido aos alunos foi com o objetivo de verificar que conhecimentos eles tinham a respeito da conversão entre registros semióticos.

Após análise dos questionários aplicados, abrimos uma discussão sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a fim de que os professores e alunos conhecessem as bases epistemológicas da Teoria de Duval e da pesquisa ora proposta.

Acertamos que aplicaríamos instrumentos avaliativos aos alunos após cada capítulo de conteúdos estudados, e registraríamos os dados num diário de bordo. Foi aplicado um instrumento aos alunos das três classes envolvidas, num total de 90 alunos, no início da pesquisa, agosto (2015) para se diagnosticar o nível de compreensão e de conhecimento matemático dos alunos; constou de atividades matemáticas referentes aos conhecimentos já adquiridos por eles, em anos anteriores de estudo. Fundamentalmente, estávamos interessados em diagnosticar as possíveis dificuldades dos alunos na resolução das atividades propostas, assim como na construção das respostas. Os demais instrumentos foram aplicados de acordo com o desenvolvimento das atividades dentro de cada capítulo estudado, trabalhados a luz dos registros de representação semiótica.

ANALISANDO ATIVIDADES MATEMÁTICAS

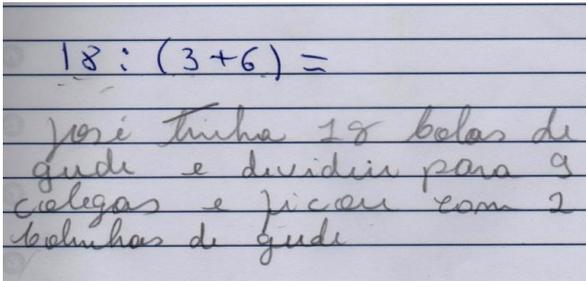
Para analisarmos a passagem de um tipo de registro de representação a outro registro, além de Duval (2007) recorreremos também aos estudos feitos por Colombo (2008), ele afirma que a mudança de registro ocorre se existir uma relação de dupla entrada entre sistemas cognitivos e sistemas semióticos e não se deve prestigiar mais um sistema de representação do que o outro; pois, se assim ocorrer, poderá haver dificuldade de absorção de conhecimento.

Como trabalhamos com registros em linguagem natural, apoiamo-nos também nos estudos de Freitas (2007); segundo ele, os registros se manifestam por meio de associações verbais entre conceitos, ou seja, por meio de raciocínio.

Nas atividades que requeriam dos alunos fazer a conversão do registro numérico para o registro linguagem natural, no início da pesquisa muitos alunos faziam confusão, alguns não respondiam as atividades propostas, e quando davam a resposta, faziam de forma errada. Entretanto, ao longo desta pesquisa, os alunos foram-se apropriando dos conceitos, criando confiança e habilidades para trabalharem com uma diversidade de registros matemáticos.

Ao analisarmos o desempenho dos discentes na aplicação da conversão entre registros, dentre as atividades matemáticas trabalhadas em sala de aula escolhemos duas atividades para expressar a produtividade dos alunos. A primeira está apresentada, conforme Fig. 1, e a segunda na Fig. 2.

Figura 1: Conversão do registro numérico para o registro linguagem natural

Registros numéricos	Soluções dos alunos: linguagem natural
<p>1) Crie uma historinha para a expressão numérica. $18 \div 3 + 6 = 12$</p> <p>2) Crie uma historinha para a expressão numérica. $18 \div (3 + 6) =$</p>	<p>Transcrição de um aluno. Maria ganhou 18 bombons, dividiu entre João, Pedro e Tereza, depois ganhou mais 6 e ficou com 12.</p> 

Fonte: arquivo do pesquisador (2015).

Os objetivos proposto foram alcançados, pois observou-se claramente que os alunos conseguiram fazer a conversão do registro numérico dado inicialmente para o registro em linguagem natural, convém ressaltar que no início desta pesquisa os alunos apresentavam bloqueios para fazer determinados tipos de conversão, aos poucos foram desinibindo-se e com a mediação do pesquisador foram se apropriando dos conceitos e dos tipos de conversões que ora trabalhávamos. Por outro lado, constatou-se também que os discentes desta etapa (6º ano do ensino fundamental) ainda apresentam dificuldades de entendimento quando se trata de um estudo usando várias representações de um mesmo objeto matemático. Pois, a maioria dos obstáculos apresentados quanto à formulação da sentença matemática se dá, muito mais, por não terem domínio da Língua Portuguesa. Em geral, sabem expressar-se verbalmente, entretanto encontram dificuldades na concatenação da forma escrita. Por outro lado, dada a inexperiência em escrever textos, cometem alguns equívocos, como, por exemplo, esqueceram-se de dizer que a distribuição precisava ser igualmente para todas as personagens envolvidas no problema.

Segundo Almouloud (2007), vários dos problemas de ensino e de aprendizagem, em alguns conteúdos, poderão não ser propriamente da Matemática em si, mas de origem didática e linguística.

Na transcrição apresentada pelo aluno que apresentamos na figura 1, ele escreveu: Maria ganhou 18 bombons, dividiu entre João, Pedro e Tereza, depois ganhou mais 6 e ficou com 12. Da forma como ele se expressou existem várias possibilidades de resposta, e não caracteriza uma divisão exata. Ele deveria ter escrito “dividiu igualmente entre...”, dessa forma a divisão seria exata, e a resolução apresentada estaria correta, pois foi isso que se estava pedindo na realização da conversão do registro dado.

Apresentamos na Fig. 2 outra situação estudada pelos alunos. Nesta ocorreu um registro de representação semiótica em linguagem natural e se requeria do aluno a conversão para um registro de representação numérica e depois um tratamento do registro construído.

Em atividades matemáticas que envolviam a conversão do registro dado em linguagem natural para registro numérico, apoiamo-nos também nas pesquisas de (BUEHRING, 2006 e BURATO, 2006). Para eles este tipo de conversão são as mais

trabalhadas em sala de aula, por isso os alunos normalmente conseguem melhores desempenhos.

Figura 2: Conversão da linguagem natural, para numérica e tratamento

Registros dados em linguagem natural	Resolução apresentada	
<p>3) Explique como você resolveria a questão a seguir. Se seis doces custam quinze reais, quanto custa dez doces?</p>	$2 \rightarrow 5$ $2 \rightarrow 5$ $2 \rightarrow 5$ <hr/> <p>6 e 15 Está no Problema 6 doces Custam 15,00 reais</p>	<p>Agora somando ao 6 e ao 15 temos.</p> $6 + 15$ $2 \rightarrow 5$ $2 \rightarrow 5$ <hr/> <p>10 e 25. Temos 10 doces custam 25,00 reais.</p>
<p>4) Considere dois números naturais, cada um deles é formado por três algarismos diferentes. O maior deles só tem algarismos pares e o menor só tem algarismo ímpares. Se a diferença entre eles é a maior possível, qual é essa diferença?</p>	<p>Transcrição do aluno.</p> <p>Se a diferença entre eles é a maior possível,</p> $\begin{array}{r} 888 \\ - 111 \\ \hline 777 \end{array}$ <p>então é:</p>	
<p>5) Você está com o seguinte desafio. Têm duzentos e trinta e quatro figurinhas; recebeu de seu tio mais de cem figurinhas e de sua tia mais de trezentas, ao todo ficou com seiscentas e setenta e oito figurinhas. Quantas figurinhas você ganhou dos tios?</p>	<p>Transcrição do aluno.</p> $\begin{array}{r} 234 \\ + 143 \\ + 301 \\ \hline 678 \end{array}$ <p>Resp = 678 figurinhas.</p>	

Fonte: arquivo do pesquisador (2015)

Nas atividades em que se pedia que o aluno fizesse a conversão da linguagem natural para o registro numérico e o tratamento dos dados respectivos, alguns discentes responderam corretamente, entretanto deram a resposta sem, contudo, explicar como chegaram a ela, conforme Fig. 2.

Num olhar, amíúde, sobre os dados aqui apresentados, eles revelam que, na passagem de um sistema de representação para outra representação, ou seja: as mobilizações simultâneas de mais de um sistema de representação no decorrer do mesmo

percurso. Alguns alunos não conseguiam compreender de forma clara como se processa essa mudança de representação de registro; na Tab. 1, expressamos esses resultados.

Tabela 1- Percentual de acertos de acordo com cada tipo de conversão.

Problemas	Conversão natural para numérico.	Conversão linguagem para registro	Conversão registro numérico para linguagem natural.
1)			65%
2)			70%
3)	50%		
4)	65%		
5)	70%		

Fonte: arquivo do pesquisador (2015)

CONCLUSÃO

As discussões e as tomadas de decisões, durante a pesquisa, sempre ocorreram de forma conjunta, com o pesquisador e a professora da classe, assim como quanto à escolha das atividades trabalhadas com os alunos.

Os dados revelam que alguns alunos se mostraram capazes de efetuar, com habilidades, a conversão do registro dado em linguagem natural para o registro numérico, o mesmo não ocorreu com a mesma compreensão quando trabalhamos com outros tipos de conversão, como, por exemplo, a conversão do registro dado em linguagem natural para a numérica. Estas constatações também foram observadas por Almouloud (2007), para esse autor,

A coordenação dos diferentes registros de representação – escrita algébrica, as figuras geométricas, o discurso na língua natural ligados ao tratamento dos conhecimentos - não se opera espontaneamente, mesmo no curso de um ensino que mobilize uma diversidade de registros. [...], a dificuldade dos alunos para interpretar corretamente um problema e sua incapacidade em produzir a explicação de sua solução com um mínimo de vocabulário apropriado mostram sua limitação para entender os textos mais simples. Ao compreender o senso global, o aluno estará capaz de selecionar as informações principais e de revelar as relações das instruções e conseqüentemente a não cometer erros. (p. 130).

A falta de compreensão de conceitos e do domínio das diferentes formas de raciocínio prejudicará ao fazerem as interpretações hermenêuticas e heurísticas dos

enunciados, pois estes estão ligados à mobilização e à articulação de uma variedade de registros que se podem utilizar.

Não obstante, quanto aos problemas que envolviam apenas a conversão do registro na linguagem natural para registro numérico, os resultados foram muito bom, semelhantes aos encontrados por (BUEHRING, 2006 e BURATO, 2006); e nos outros tipos de conversão do registro numérica para registro linguagem natural, os resultados obtidos foram bons.

Os resultados gerais da pesquisa podem ser considerados excelentes, dado o pouco tempo de trabalho desenvolvido com os alunos, ademais eles não tinham conhecimento dessa metodologia de ensino, usando outras formas de representações matemáticas, inclusive a própria professora da classe. A bibliografia que em geral é utilizada nas escolas públicas, normalmente, trabalha apenas a resolução de exercícios, problemas, sem a preocupação de desenvolver outras habilidades, heurísticas de resolução. Entretanto, reconhecemos que o ensino, baseado em Registros de Representação Semiótica, não pode nem deve ser considerado como o salvador do ensino de Matemática. Entende-se que é mais uma ferramenta, alternativa de desenvolver habilidades e competências nas atividades matemáticas, contribuindo para o desenvolvimento cognitivo do aluno.

Apesar de acreditarmos que fizemos um experimento criterioso, isso não basta para afirmarmos que os resultados são gerais, finais, conclusivos. Pois não se pode ter a garantia de que valha para um universo maior, dado que a amostra trabalhada foi muito pequena. Às vezes precisa-se acrescentar algo mais numa pesquisa, pois sempre existirão outros parâmetros a serem investigados. É prematuro afirmarmos que esses alunos não serão grandes profissionais no futuro, além disso, numa pesquisa nesse grau de aprendizagem, em geral, está-se buscando o desenvolvimento cognitivo, e não se está interessado em descobrir gênios da Matemática. Encontrando-os, ótimo, no entanto a certeza de que temos é a de que foi dado um primeiro passo em busca de poder contribuir para o processo ensino – aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOUD, S. Ag. Registros de Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos. In: MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. 3ª ed. Campinas/SP: Papirus, 2007, p. 125-147.
- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – 3º e 4º ciclos*. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BUEHRING, R.S. *Análise de dados no início da escolaridade: uma realização de ensino por meio dos registros de representação semiótica*. 2006. 132p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
- BURATTO, I. C. F. *Representação semiótica no ensino da geometria: uma alternativa metodológica na formação de professores*. 2006. 142p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
- COLOMBO, J. A. A. *Representações semióticas no ensino: contribuições para reflexões acerca dos currículos de matemática escolar*. 2006. 251p. Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
- CRESWELL, John W. *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Tradução Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007, 296p.
- DAMM, R. F. *Representação, Compreensão e Resolução de Problemas Aditivos*. In: MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. 3ª ed. Campinas/SP: Papirus, 2007, p. 35-47.
- DAMM, R. F. *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. In: MACHADO, S. D. A. *Registros de Representação* 3ª ed. revista. São Paulo: EDUC, 2009, p. 167-188.
- DUVAL, R. *Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*: Suisse: Peter Lang, 1995. 352p.
- DUVAL, R. *Registro de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática*. In: MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. 3ª ed. Campinas/SP: Papirus, 2007, p.11-33.
- DUVAL, R. *Ver e Ensinar a Matemática de Outra Forma - entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas*. Organização: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. 1ª ed. São Paulo: PROEM, 2011, 160p.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigações em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2006, 226p.
- FREITAS, J. L. M. de. *Registros de representação na produção de provas na passagem da aritmética para a álgebra*. In: MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. 3ª ed. Campinas/SP: Papirus, 2007, p. 113-124.
- GODINO, J. D. *The onto-semiotic approach to research in mathematics education*. ZDM: The International Journal on Mathematics Education. v. 39, n.1-2, p.127-135, 2007.
- HELDER, R. R. *Como fazer análise documental*. Porto: Universidade de Algarve, 2006, 146p.

MARANHÃO (Estado). Secretaria de Estado da Educação. *Proposta curricular do estado do Maranhão: Matemática: ensino fundamental: 5ª a 8ª série*, 2000.

PASSONI, J.C.; CAMPOS, T. M. M. Revisitando os Problemas Aditivos de Vergnaud de 1976. In: MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. 3ª ed. Campinas/SP: Papirus, 2007, p. 49-56.*

PEIRCE, C. S. *Semiótica*. Tradução José Teixeira Coelho Neto. 3ª ed. São Paulo: Perspectivas, 2005, 337p.

PONTE, J. P; BROCARD, J; OLIVEIRA, H. *Investigações Matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2015, 159p.

RESULTADO SAEB, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anízio Teixeira – Inep, 2015. [www.inep.gov.br/resultados - 2015](http://www.inep.gov.br/resultados-2015). Acesso em: 2015.